

# TD $\varphi$ 1 : Lois de l'optique géométrique

## Exercice 1 : Dioptre verre-eau

Un dioptre plan sépare de l'eau (d'indice 1.33) et du verre (d'indice 1.5). Un rayon lumineux arrive sur ce dioptre avec un angle d'incidence de  $65^\circ$ . Construire le(s) rayon(s) émergent(s) dans le cas où le rayon passe de l'eau vers le verre puis dans le cas inverse.

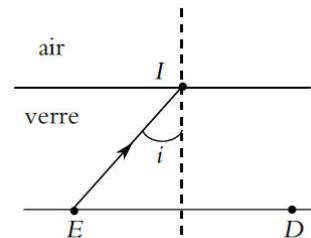
## Exercice 2 : Incidence de Brewster

Un rayon lumineux arrive à l'interface plane séparant l'air et un milieu d'indice  $n$ . Il se scinde en un rayon réfléchi et un rayon réfracté. On souhaite obtenir que ces deux rayons soient perpendiculaires.

1. Déterminer la valeur des différents angles en fonction de  $n$ .
2. Application numérique pour  $n = 1.33$ .

## Exercice 3 : Détection de pluie sur un pare-brise

On modélise un pare-brise par une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur  $e$ , d'indice  $n_v = 1.5$ . Un rayon lumineux issu d'un détecteur  $E$  arrive sur le dioptre en  $I$  avec un angle d'incidence  $i$ .



1. (a) Quelle est la condition sur  $i$  pour qu'il y ait réflexion totale en  $I$ ? On suppose dans la suite  $i = 60^\circ$ .  
(b) Où faut-il placer le détecteur de lumière  $D$ ?
2. En cas de pluie, une lame d'eau d'épaisseur  $e'$  se dépose sur le pare-brise. L'indice de l'eau est  $n_{eau} = 1.33$ .  
(a) Déterminer le trajet du rayon lumineux.  
(b) En déduire le fonctionnement d'un détecteur de pluie.

## Exercice 4 : Traversée d'une lame à faces parallèles

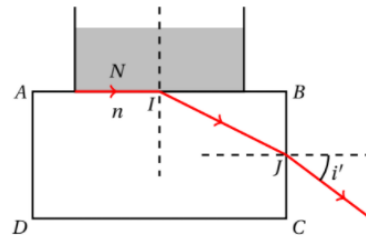
Sur la face supérieure d'une lame de verre formée de deux dioptries plans parallèles, d'épaisseur  $e = 8.0$  cm, d'indice  $n_2 = 1.5$ , plongée dans l'air dont on supposera l'indice égal à 1 arrive un pinceau lumineux sous l'incidence  $\theta = 60^\circ$ .

1. Quel est l'angle de la transmission de la lame?
2. Quel est l'angle d'émergence de la lame? Commenter le résultat.
3. Quelle est la déviation angulaire totale du rayon?
4. Exprimer et calculer la déviation latérale  $d$  du faisceau en fonction de  $e$ , des angles d'incidence et d'émergence sur la face supérieure. Commenter le résultat.
5. A partir de la relation obtenue à la question précédente, montrer que la déviation latérale peut se mettre sous la forme :

$$d = e \sin(\theta_{i_1}) \left( 1 - \frac{n_1 \cos(\theta_{i_1})}{n_2 \cos(\theta_{r_1})} \right)$$

## Exercice 5 : Réfractomètre d'Abbe

Un rayon lumineux provenant d'un milieu d'indice inconnu  $N$  tombe sous incidence rasante sur un prisme d'indice  $n > N$ . Il émerge en faisant un angle  $i'$  avec la normale à la face  $BC$ . Le prisme est tel que l'angle  $\widehat{B}$  est droit.



1. A quelle condition sur  $n$  et  $N$  un rayon lumineux peut-il émerger de la face  $BC$  ?
2. On suppose la condition ci-dessus vérifiée et on mesure  $i' = 15^\circ$ . Sachant que  $n = 1.732$ , calculer  $N$ .

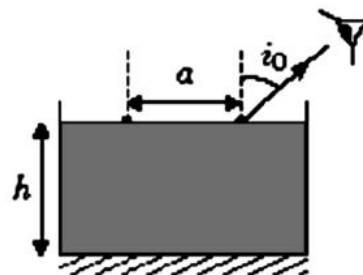
## Exercice 6 : Fibre à saut d'indice

Soit une fibre optique de longueur  $L$  constituée d'un coeur cylindrique de rayon  $R$  et d'indice  $n_1$ , entouré d'une gaine d'indice  $n_2 < n_1$  et de rayon extérieur  $b$ . Les faces d'entrée et de sortie sont perpendiculaires au cylindre d'axe  $Oz$  formé par la fibre. L'ensemble, en particulier la face d'entrée, est en contact avec un milieu d'indice  $n_0$  et pour les applications numériques on supposera que ce milieu est de l'air pour lequel  $n_0 = 1.00$ .

1. Montrer que le rayon incident ne peut se propager à l'intérieur de la fibre que si l'angle d'incidence  $i$  est supérieur à un angle  $i_0$  que l'on déterminera en fonction de  $n_1$  et  $n_2$ .
2. La face d'entrée de la fibre est plane et normale à l'axe  $Ox$ . On désigne par  $\theta$  l'angle que fait dans l'air le rayon incident avec la normale à la face d'entrée. Déterminer en fonction de  $n_1$ ,  $n_2$  et  $n_0$ , l'angle  $\theta_0$  correspondant à  $i_0$ .  
On donne :  $n_0 = 1.00$ ,  $n_1 = 1.50$  et  $\frac{n_2}{n_1} = 0.99$ . Calculer  $i_0$  et  $\theta_0$ .
3. On appelle ouverture numérique (ON) du guide la quantité  $ON = n_0 \sin(\theta_0)$ . Exprimer  $ON$  en fonction de  $n_1$  et  $n_2$ .
4. Calculer  $\theta_0$  et  $ON$  pour une fibre d'indices  $n_1 = 1.456$  (silice) et  $n_2 = 1.410$  (silicone). Quelle serait la valeur de ces grandeurs pour un guide à base d'arséniure de gallium pour lequel  $n_1 = 3.9$  et  $n_2 = 3.0$ ? Commentaires.
5. Quel est le rayon qui traverse le plus rapidement la fibre ? Calculer la durée de parcours  $\tau_1$  de ce rayon.
6. Quel est le rayon qui met le plus de temps à traverser la fibre ? Calculer la durée de parcours  $\tau_2$  de ce rayon.
7. En déduire la dispersion intermodale  $\Delta\tau$ , intervalle de temps entre le temps de parcours minimal et maximal.

## Exercice 7 : Mesure de l'indice d'un liquide

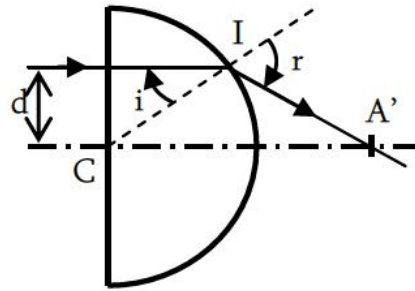
Deux fils parallèles, distants de  $a$ , sont maintenus à la surface d'un liquide d'indice  $n$ . Le liquide est placé dans une cuve dont le fond est argenté, sur une hauteur  $h$ . On observe l'un des fils sous une incidence  $i_0$  donnée et on règle  $h$  de manière à ce que l'image de l'autre fil coïncide avec le fil observé.



1. Représenter le trajet du rayon lumineux observé issu de l'autre fil.
2. En déduire l'expression de  $n$  en fonction de  $i_0$ ,  $a$  et  $h$ .

## Exercice 8 : Etude d'un dioptré semi-cylindrique

On considère un demi-cylindre en verre de rayon  $R = 5\text{cm}$  et d'indice  $n = 1.50$  plongé dans l'air d'indice 1.00. Un rayon lumineux écarté d'une distance  $d$  par rapport à l'axe optique arrive sous incidence normale sur la face plane.

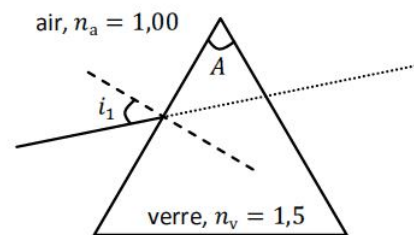


1. Exprimer en fonction de  $i$ ,  $r$  et  $R$  la distance  $CA'$ .
2. En déduire la limite  $CF'$  de  $CA'$  lorsqu'on se trouve dans les conditions de Gauss ( $d \ll R$ ). Que représente le point  $F'$  ?
3. Exprimer la valeur max  $d_0$  telle que le rayon émerge du cylindre sans subir une réflexion totale en  $I$ . Calculer  $d_0$ .

## Exercice 9 : Déviation par un prisme

On considère un prisme droit en verre d'indice  $n_v = 1.5$ .

Un rayon de lumière monochromatique arrive sous incidence  $i_1$  sur la face d'entrée du prisme. On appelle déviation  $D$  l'angle entre la direction d'incidence du rayon et la direction de sortie du prisme du rayon.



1. Donner les relations du prisme liant les angles d'incidence et de réfraction  $i_1$ ,  $r_1$ ,  $i_2$  et  $r_2$  du rayon lorsqu'il traverse les deux dioptrés du prisme (les angles  $i$  sont extérieurs au prisme et les angles  $r$  sont intérieurs au prisme).
2. A quelle condition sur  $r_2$  le rayon émerge-t-il de la face de sortie du prisme ?
3. Donner l'angle d'incidence limite  $i_{1,lim}$  permettant la traversée du prisme. On donne  $A = 60^\circ$ .
4. Calculer la déviation  $D$  en fonction de  $i_1$ ,  $i_2$  et  $A$ .

On peut montrer que lorsque l'angle d'incidence varie, la déviation passe par un minimum  $D_m$ .

On a  $\frac{dD}{di_1} = 1 - \frac{\cos(r_2)\cos(i_1)}{\cos(i_2)\cos(r_1)}$ . Le minimum de déviation correspond au cas symétrique où  $i_1 = i_2$  et  $r_1 = r_2$ .

5. Déterminer l'expression de l'indice du prisme en fonction de  $D_m$  et  $A$ . Quel est l'intérêt de cette relation ?
6. On éclaire le prisme avec une lampe à vapeur de mercure, pour laquelle on a mesuré la déviation minimale et obtenu les valeurs de  $n$  suivantes :

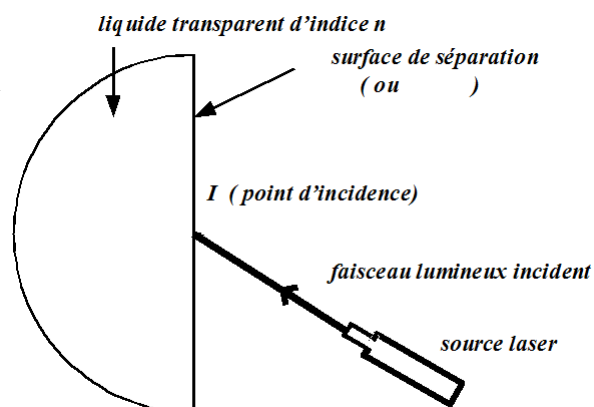
$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	0.4007	0.4358	0.4916	0.5461	0.5770
$n$	1.803	1.791	1.774	1.762	1.757

Montrer que ces mesures sont cohérentes avec la loi de Cauchy et exprimer ses coefficients numériques  $A$  et  $B$ .

## Problème 1 : Le liquide inconnu

L'épreuve orale du TIPE approche. Vous vous apercevez malheureusement que vos précieux flacons ne sont plus étiquetés. La panique s'empare de vous car vous savez que vous avez manipulé de l'éthanol, du benzène mais également du cyclohexane. A court de solutions, vous demandez à un camarade une méthode pour vous y retrouver et il vous répond immédiatement : « C'est très simple, il te suffit de mesurer l'indice de réfraction de tes solutions ». Très coopératif, il te dessine même le schéma du dispositif expérimental qu'il te conseille.

Rassurés, vous passez à la manipulation et vous obtenez le tableau de mesures ci-dessous pour le premier flacon.



Il ne vous reste plus qu'à interpréter ces mesures. Très sérieux, vous comptez impressionner les professeurs en procédant par la méthode de la régression linéaire.

**Déterminer le liquide inconnu.**

angle d'incidence $i_1$	$0^\circ$	$10,0^\circ$	$20,0^\circ$	$30,0^\circ$	$40,0^\circ$	$50,0^\circ$	$60,0^\circ$	$70,0^\circ$
$\sin i_1$	0	0,174	0,342	0,500	0,643	0,766	0,866	0,940
angle réfracté $i_2$	$0^\circ$	$7^\circ$	$14^\circ$	$20^\circ$	$27^\circ$	$31^\circ$	$38^\circ$	$41^\circ$
$\sin i_2$								

Nature du liquide	benzène	éthanol	cyclohexane
Indice de réfraction	1.5	1.36	1.43

## Problème 2 : Observer son propre reflet

Quelle taille minimale doit avoir un miroir plan pour que Cendrillon qui mesure 1.60m puisse s'y voir entièrement ?