

Devoir surveillé de Sciences Physiques

- * Une attention toute particulière sera accordée, lors de la correction, à la qualité de la présentation, de la rédaction et de l'orthographe.
- * La numérotation des questions de l'énoncé ainsi que ses notations seront scrupuleusement respectées.
- * Les questions feront systématiquement l'objet d'une résolution littérale (dont le résultat sera exprimé exclusivement en fonction des données de l'énoncé !), éventuellement suivie d'une application numérique, dont le résultat devra être accompagné de l'unité SI correspondante. Chaque résultat devra être mis en valeur (souligné...).
- * **Toutes les réponses devront être justifiées pour être prises en compte lors de la correction.**
- * Les candidats veilleront à numéroter chacune de leurs feuilles (n° de la feuille / nombre total) et à y faire figurer leur nom.
- * Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- * **Ne pas utiliser de correcteur.**

A RENDRE SUR DEUX COPIES DISTINCTES**COPIE A****Exercice A.1 : De la Terre à la Lune : Programme Apollo, 15 ans d'aventure spatiale****A.1.I** Orbite circulaire**A.1.I.1** Généralités

a) Rappeler l'expression de la force gravitationnelle \mathbf{F}_G exercée par une masse ponctuelle m_1 située en O sur une masse ponctuelle m_2 située en M en fonction de $m_1, m_2, \mathbf{r} = \mathbf{OM}, r = \|\mathbf{r}\|$ et la constante de gravitation G .

b) Justifier que la force exercée par la Terre sur un satellite de masse m_F situé au point M soit donnée par $\mathbf{F} = -G \frac{m_F m_T}{r^3} \mathbf{TM}$, où r est la distance TM . On donne $G \times m_T = 4,0 \times 10^{14} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$, T est le centre de la Terre et m_T sa masse.

A.1.I.2 Mouvement d'un satellite

Un satellite de masse m_F est en orbite autour de la Terre à la distance r de son centre.

a) Donner l'expression de l'énergie potentielle E_{p0} associée, en la choisissant nulle pour $r \rightarrow \infty$.

b) Montrer que la trajectoire est plane. Quelle est sa nature ?

La trajectoire est maintenant considérée circulaire.

c) Exprimer la vitesse v_0 de la fusée, ainsi que son énergie cinétique E_{c0} , en fonction de G, m_F, m_T et r .

d) Exprimer le rapport $\frac{T_0^2}{r^3}$, où T représente la période de révolution du satellite, en fonction de G et m_T .

Quel est le nom de cette loi ? Dans la suite, on admettra que ce résultat se généralise aux orbites elliptiques en remplaçant r par a , demi-grand axe de l'ellipse.

e) Application numérique : calculer v_0 et T_0 pour une orbite circulaire basse ($r \approx R_T = 6,4 \times 10^3 \text{ km}$).

f) Donner enfin l'expression de l'énergie mécanique de la fusée sous la forme $E_{m0} = -\frac{K}{2r}$, en précisant la valeur de K . Dans la suite,

on admettra que ce résultat se généralise aux orbites elliptiques en remplaçant r par a , demi-grand axe de l'ellipse.

A.1.II Objectif Lune**A.1.II.1** Orbite de transfert

La fusée Saturn V est d'abord placée en orbite circulaire basse autour de la Terre, dans un plan contenant l'axe Terre-Lune. Les moteurs du troisième étage sont alors allumés pendant une durée très courte : la vitesse de la fusée passe quasi instantanément de la vitesse v_0 à la vitesse v_1 , de telle sorte que la nouvelle



Figure 2 Orbite de transfert

trajectoire soit elliptique de grand axe $2a \approx d_{TL}$, où d_{TL} représente la distance Terre-Lune (Figure 2). On donne $d_{TL} = 3,8 \times 10^8 \text{ m}$.

a) Exprimer l'énergie mécanique E_{m1} de la fusée lorsqu'elle suit cette nouvelle trajectoire.

b) En déduire l'expression de la vitesse v_1 . Application numérique.

c) Où est placée la Terre par rapport à cette ellipse ? À quel instant doit-on allumer les moteurs ?

d) Évaluer numériquement la durée t_1 du transfert Terre-Lune (parcours de la moitié de l'ellipse).

A.1.II.2 Orbite lunaire

Au voisinage de la Lune, de rayon R_L et de masse m_L , l'attraction de la Lune devient prépondérante et l'attraction de la Terre devient négligeable.

L'étude se fait désormais dans le référentiel lunocentrique, supposé galiléen.

Les paramètres du vol sont calculés pour qu'en cas de panne des moteurs, la fusée contourne la Lune pour revenir sur la Terre. (Ce fut le cas lors de la mission Apollo XIII). À l'approche de la Lune, les moteurs de la fusée sont rallumés, de façon à placer la fusée sur une orbite circulaire basse ($r \approx R_L$) autour de la Lune.

a) Faut-il freiner ou accélérer ? Justifier qualitativement.

b) Déterminer numériquement v_2 , vitesse associée à une orbite circulaire basse autour de la Lune, avec $G \times m_L = 4,9 \times 10^{12} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$ et $R_L = 1,74 \times 10^3 \text{ km}$.

Exercice A.2 : Acidité des eaux de pluie

Le pH des eaux de pluie est généralement compris entre 4 et 5,5. Cette acidité est due aux constituants et polluants de l'atmosphère. Une « sur-acidité » des eaux de pluie peut avoir des conséquences dramatiques :

- en décembre 1952 le smog londonien (brouillard très acide dû à des concentrations anormalement élevées de dioxyde de soufre) provoqua une surmortalité de plus de 4000 personnes ;
- dans les lacs de montagne l'acidification des eaux peut solubiliser les sels d'aluminium toxiques pour la faune aquatique ;
- l'acidité des pluies peut endommager certains monuments, en solubilisant notamment le carbonate de calcium.

Cette partie propose de justifier cette acidité et d'étudier l'effet de quelques paramètres sur cette acidité. Dans toute cette partie l'autoprotolyse de l'eau sera négligée.

On notera de façon indifférente $\text{H}_2\text{CO}_{3(\text{aq})}$ ou $\text{CO}_{2(\text{aq})}$ et $\text{H}_2\text{SO}_{3(\text{aq})}$ ou $\text{SO}_{2(\text{aq})}$.

	$\text{CO}_{2(\text{aq})}$	$\text{SO}_{2(\text{aq})}$
Couples acido-basiques à 25°C	$pK_{a1} = 6,40$	$pK_{a1}' = 1,90$
	$pK_{a2} = 10,3$	$pK_{a2}' = 7,20$

A.2.A – Acidité due au dioxyde de carbone gazeux

Le dioxyde de carbone gazeux se solubilise dans l'eau : (3) $\text{CO}_{2(\text{g})} \rightleftharpoons \text{CO}_{2(\text{aq})}$ $K_3 = 3,60 \times 10^{-2}$ à 25°C (équilibre (3) puis le dioxyde de carbone aqueux peut réagir avec l'eau pour libérer des ions hydronium (seule la première acidité sera considérée). L'acidité due au dioxyde de carbone gazeux peut donc s'interpréter à partir de l'équation chimique (2) : $\text{CO}_{2(\text{g})} + 2\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})} \rightleftharpoons \text{HCO}_3^-_{(\text{aq})} + \text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}$ (2)

A.2.A.1 Exprimer la constante K_2 de l'équilibre (2) en fonction de K_3 et K_{a1} puis calculer sa valeur à 25°C.

A.2.A.2 La pression partielle moyenne en CO_2 au sommet du Mauna Loa à Hawaii est actuellement de 39,5 Pa.

En déduire, dans l'hypothèse où seul le dioxyde de carbone est responsable de l'acidité, le pH de l'eau de pluie se formant au sommet du Mauna Loa. Commenter.

A.2.A.3 En 2100 la pression partielle de CO_2 pourrait atteindre 50,0 Pa. Quelle variation de pH accompagnera cette évolution de la concentration en CO_2 dans l'atmosphère ? Commenter.

A.2.B – Acidité due au dioxyde de soufre gazeux

De la même façon, le dioxyde de soufre gazeux se solubilise dans l'eau (3') $\text{SO}_{2(\text{g})} \rightleftharpoons \text{SO}_{2(\text{aq})}$ $K_{3'} = 1,62$ à 25°C puis le dioxyde de soufre aqueux peut réagir avec l'eau pour libérer des ions hydronium (seule la première acidité sera considérée). L'acidité due au dioxyde de soufre gazeux peut donc s'interpréter à partir de l'équation (2') : $\text{SO}_{2(\text{g})} + 2\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})} \rightleftharpoons \text{HSO}_3^-_{(\text{aq})} + \text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}$ (2')

A.2.B.1 Calculer K_2' à 25 °C.

A.2.B.2 En atmosphère « normalement » polluée la pression partielle en SO_2 est de 2×10^{-9} bar. Calculer le pH de l'eau de pluie en supposant qu'il n'est dû qu'à la solubilisation du SO_2 . Commenter.

Exercice A.3

Le référentiel, considéré comme galiléen, est rapporté au repère (O, x, y, z) .

On considère un fil inextensible et sans masse, fixé en O et passant en A sur une poulie de très petites dimensions.

On fixe sur ce fil une masse m_1 au point M distant de a du point O , de sorte que le triangle OAM soit isocèle, et une masse m_2 à l'extrémité N du fil.

Voir figure ci-contre.

On note $\mathbf{OA} = a\mathbf{e}_x$ et $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_y$, l'accélération de la pesanteur.

La position du point M est repérée grâce à l'angle θ défini dans le plan xOy par $\theta = (\mathbf{Ox}, \mathbf{OM})$.

On note \mathbf{T}_1 l'action du fil sur la masse m_1 dans le brin $[OM]$ et \mathbf{T}_2 l'action du fil sur la masse m_1 dans le brin $[MA]$. Le système est à l'équilibre, de sorte que θ est constant.

A.3.1 Exprimer dans \mathcal{R} l'action \mathbf{P} de la pesanteur sur la masse m_1 .

A.3.2 Justifier que $\|\mathbf{T}_2\| = m_2g$. En déduire que $\mathbf{T}_2 = m_2g \left[\sin \frac{\theta}{2} \mathbf{e}_x + \cos \frac{\theta}{2} \mathbf{e}_y \right]$.

A.3.3 Appliquer le théorème de la résultante dynamique à la masse m_1 . En déduire l'expression dans \mathcal{R} de \mathbf{T}_1 en fonction de m_1 , m_2 , θ et g .

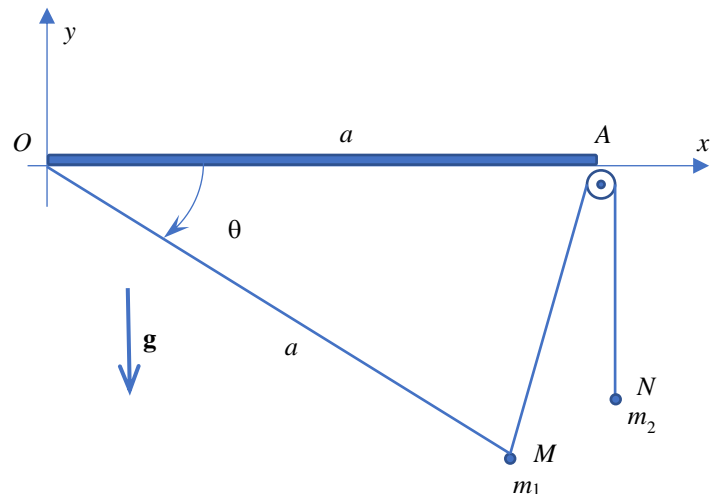
A.3.4 Exprimer dans \mathcal{R} le moment $\mathbf{M}_O(\mathbf{P})$ de l'action \mathbf{P} au point O en fonction de m_1 , a et θ .

A.3.5 Déterminer l'expression du moment $\mathbf{M}_O(\mathbf{T}_1)$ de l'action \mathbf{T}_1 au point O .

A.3.6 Exprimer dans \mathcal{R} le moment $\mathbf{M}_O(\mathbf{T}_2)$ de l'action \mathbf{T}_2 au point O en fonction de m_2 , a et θ .

A.3.7 Appliquer le théorème du moment dynamique au point O à la masse m_1 . En déduire une condition entre m_1 , m_2 et θ pour qu'une position d'équilibre existe.

A.3.8 En déduire, quand il existe, l'angle d'équilibre θ_{eq} en fonction de m_1 et m_2 .



COPIE B

Exercice B.1 : Mesure de l'intensité du champ de pesanteur terrestre en un point

Un expérimentateur désire mesurer l'intensité du champ de pesanteur terrestre à la surface de la Terre. Il va pour cela utiliser tour à tour deux types différents de pendule.

Utilisation d'un pendule sans ressort de rappel

Un pendule est composé par un solide de masse m , de centre d'inertie G , mobile autour d'un axe horizontal (Oz) et de moment d'inertie J par rapport à l'axe (Oz).

Il peut effectuer des mouvements de rotation dans le plan vertical (Oxy), autour de l'axe horizontal (Oz).

La position du pendule est repérée par l'angle θ entre la droite (OG) et la verticale descendante. On notera a la distance OG . L'étude sera menée dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

Les frottements au niveau de l'axe de rotation et les frottements de l'air seront négligés.

Le pendule ainsi décrit se trouve dans le champ de pesanteur terrestre caractérisé par le vecteur \mathbf{g} tel que $\mathbf{g} = g\mathbf{e}_x$.

B.1.1 En appliquant le théorème du moment cinétique, déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ au cours du temps. En déduire la période T des petites oscillations du pendule autour de sa position d'équilibre, repérée par $\theta = 0$. On exprimera T en fonction de J , m , a et g .

B.1.2 On souhaite étudier l'influence d'une variation d'intensité Δg du champ de pesanteur sur la période du pendule. Pour cela, on

définit la sensibilité s du pendule comme le rapport $s = \frac{\Delta T}{T}$ où ΔT représente une variation infiniment petite de la période du pendule engendrée par une variation infiniment petite Δg du champ de pesanteur.

Indication : on pourra calculer s en considérant que $s = \frac{d(\ln T)}{dT} \Delta T$.

Déterminer l'expression de la sensibilité s en fonction de Δg et g .

Utilisation d'un pendule avec ressort spiral de rappel

Le pendule précédent est maintenant soumis à l'action d'un ressort spiral qui exerce un couple de rappel $M = -K\theta$ sur le pendule où K est une constante positive.

La position du pendule est repérée par l'angle θ entre la droite (OG) et la verticale ascendante.

On notera a la distance OG .

L'étude sera menée dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

Les frottements au niveau de l'axe de rotation et les frottements de l'air seront négligés.

Le pendule ainsi décrit se trouve dans le champ de pesanteur terrestre caractérisé par le vecteur \mathbf{g} tel que $\mathbf{g} = g\mathbf{e}_x$.

L'énergie potentielle du ressort spiral ne dépend que de l'angle θ et de la constante K et est donnée par l'expression $E_p(\theta) = \frac{1}{2} K\theta^2$.

B.1.3 Exprimer l'énergie mécanique totale E_m du système pendule-ressort en fonction de K , θ , m , a , g , J et $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$.

Sachant que le système est conservatif, en déduire l'équation différentielle du mouvement vérifiée par l'angle θ .

B.1.4 En considérant que l'angle θ reste petit, déterminer la condition à vérifier pour que la position $\theta = 0$ soit une position d'équilibre stable d'un oscillateur harmonique. La relation sera donnée sous forme d'une relation entre K , m , g et a .

Déterminer dans ce cas la période T des petites oscillations du pendule autour de la position $\theta = 0$.

On exprimera T en fonction de K , J , g , a et m .

B.1.5 On considère que la condition de la question précédente est vérifiée.

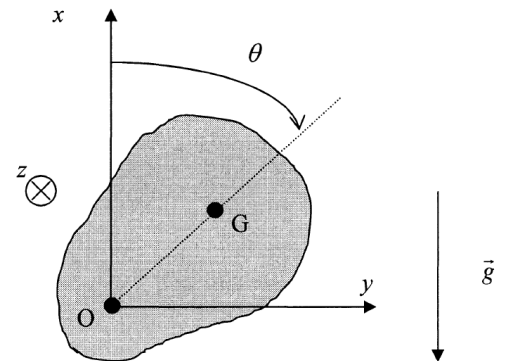
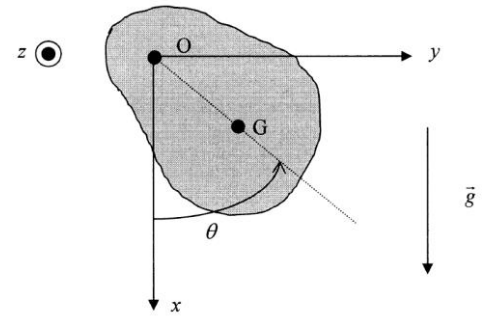
On souhaite étudier la sensibilité s_1 de ce pendule à une variation Δg du champ de pesanteur.

On définit, tout comme précédemment, s_1 par le rapport $s_1 = \frac{\Delta T}{T}$ où ΔT représente une variation infiniment petite de la période du

pendule engendrée par une variation infiniment petite Δg du champ de pesanteur.

Déterminer l'expression de la sensibilité s_1 en fonction de Δg , K , g , a et m .

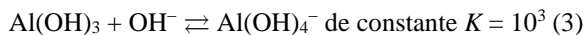
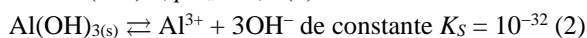
B.1.6 Montrer que l'on peut choisir la constante K de telle sorte que le deuxième pendule soit plus sensible que le premier et permette ainsi de détecter des variations plus faibles du champ de pesanteur terrestre. Exprimer cette condition sous forme d'une relation entre K , g , m et a .



Exercice B.2 : Le sulfate de baryum

Les ions de l'aluminium en solution aqueuse La production de l'aluminium, par électrolyse de l'alumine fondue, nécessite une décomposition préalable de la bauxite pour en extraire l'alumine la plus pure possible (procédé Bayer) : de la bauxite séchée et moulue est décomposée, dans un autoclave, avec de la soude. L'aluminium passe en solution sous forme d'aluminate et les mélanges restent dans la boue rouge. L'aluminium est précipité sous forme d'hydroxyde d'aluminium, qui donne après calcination. On se propose dans cette partie d'étudier la précipitation de l'hydroxyde d'aluminium. Afin de simplifier la description des phénomènes chimiques, on considère que l'aluminium en solution aqueuse se trouve sous l'une des formes suivantes : Al^{3+} , $\text{Al}(\text{OH})^{2+}$ et $\text{Al}(\text{OH})_4^-$.

On donne pour le couple acide/base : $\text{Al}^{3+}/\text{Al}(\text{OH})^{2+}$, $pK_a = 5,0$ (1)



On désigne par s la concentration molaire totale de l'aluminium en solution aqueuse en présence du précipité d'hydroxyde d'aluminium

(c'est-à-dire que s est exprimée en tenant compte des trois ions existant dans la solution) et on pose : $x_1 = \frac{[\text{Al}^{3+}]}{s}$, $x_2 = \frac{[\text{Al}(\text{OH})^{2+}]}{s}$

et $x_3 = \frac{[\text{Al}(\text{OH})_4^-]}{s}$.

B.2.1.a. On considère la réaction (2) : exprimer $[\text{Al}^{3+}]$ en fonction de $h = [\text{H}_3\text{O}^+]$, K_S et K_e lorsque le solide est présent.

B.2.1.b. Faire de même en considérant la réaction (3) pour exprimer $[\text{Al}(\text{OH})_4^-]$ en fonction de $h = [\text{H}_3\text{O}^+]$, K et K_e .

B.2.1.c. Exprimer $[\text{Al}(\text{OH})^{2+}]$ en fonction d'abord de $[\text{Al}^{3+}]$, h et K_a puis en fonction uniquement de h , K_a , K_S et K_e .

B.2.1.d. En déduire x_1 , x_2 et x_3 en fonction de $h = [\text{H}_3\text{O}^+]$ et de K_a , K_S , K et K_e (produit ionique de l'eau égal à 10^{-14}). Mettre les expressions des x_i sous

la forme : $x_i = \frac{1}{1 + f_i(K_a, K_S, K_e, K, h) + g_i(K_a, K_S, K_e, K, h)}$.

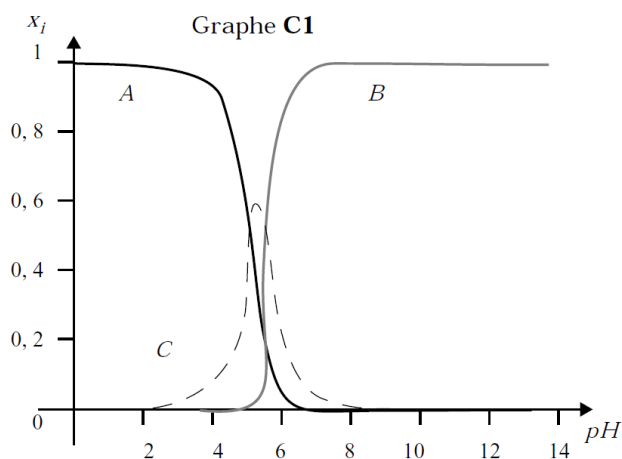
B.2.2 Le graphe C1 représente les variations des x_i en fonction du pH . Identifier les différentes courbes en justifiant vos choix.

B.2.3 On ajoute progressivement de la soude suffisamment concentrée (le volume reste pratiquement constant) à une solution de chlorure d'aluminium de concentration $c_0 = 0,5 \text{ mol.L}^{-1}$.

a) Un précipité apparaît pour pH_1 et disparaît pour pH_2 . Interpréter ce phénomène et déterminer pH_1 et pH_2 . Justifier les approximations éventuelles à l'aide du graphe C1.

b) Déterminer la valeur pH_3 pour laquelle la quantité de précipité est la plus grande.

c) Montrer que si c_0 est inférieure à une limite que l'on calculera, il est impossible de former le précipité.



Ex. A1 : Centrale TSI 2012 p12ct1c.pdf
Ex. A2 : Centrale MP 2001 c01cm2c.pdf
Ex. A3 : Concours National DEUG 2012 p12py3c.pdf
Ex. B1 : CCP TSI 2010 p10pt1c.pdf
Ex. B2 : Centrale Phys/Chim MP 2014 p14cm2c.pdf
Ex. B3 : Mines Ponts MP1 2007 p07mm1c.pdf